A 2018. évi Szilárd Leó fizikaverseny feladatainak megoldása
12. osztály

1. feladat:

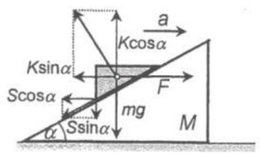
a) A feltétel szerint a testek együtt mozognak, legyen a gyorsulásuk *a*! A dinamika alaptörvényéből:

$$(m+M)a = F,$$

$$a = \frac{F}{m+M},$$

$$\boxed{a = \frac{\sqrt{3}mg}{4m} = \frac{\sqrt{3}}{4}g = 4{,}33\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.}$$ **2 pont**

b) Legyen a hasáb által a testre kifejtett nyomóerő *K*, a súrlódási erő *S*! Bontsuk fel az *m* tömegű testre ható erőket vízszintes és függőleges komponensekre! Vízszintes irányban a test *a* gyorsulással mozog, függőleges irányban pedig az erők eredője zérus.



Vízszintes irány:

$$ma = F - K\sin\alpha - S\cos\alpha.$$ **2 pont**

Függőleges irány:

$$mg + S\sin\alpha - K\cos\alpha = 0.$$ **1 pont**

Ezekből:

$$K = \frac{mg + S\sin\alpha}{\cos\alpha}.$$

$$ma = F - \frac{mg\sin\alpha + S\sin^2\alpha}{\cos\alpha} - S\cos\alpha,$$

$$ma\cos\alpha = F\cos\alpha - mg\sin\alpha - S,$$

$$S = (F - ma)\cos\alpha - mg\sin\alpha,$$

$$S = \left(F - m\frac{F}{m+M}\right)\cos\alpha - mg\sin\alpha,$$

$$S = \frac{3}{4}F\cos\alpha - mg\sin\alpha,$$

$$S = \frac{3}{4}\sqrt{3}mg\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}mg,$$

$$\boxed{S = \frac{5}{8}mg = 5\ \text{N}}.$$ **2 pont**

c) A súrlódási erőre igaz, hogy

$$S \le \mu_0 K,\ \text{ahol}$$ **1 pont**

$$K = \frac{mg + S\sin\alpha}{\cos\alpha},$$

$$K = \frac{mg + \frac{5}{16}mg}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{7\sqrt{3}}{8}mg.$$ **1 pont**

A keresett súrlódási tényezőre igaz, hogy

$$\frac{\frac{5}{8}mg}{\frac{7\sqrt{3}}{8}mg} \le \mu_0,$$

$$\boxed{\frac{5\sqrt{3}}{21} = 0{,}41 \le \mu_0.}$$ **1 pont**

Összesen: 10 pont

2. feladat:

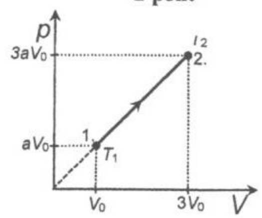
a) Határozzuk meg a térfogat és nyomás kapcsolatát! Az állapotegyenletből:

$$pV = nR\cdot bV^2,$$

$$p = nRb\cdot V = aV,\ \text{ahol}$$ **2 pont**

$$a \approx 5\cdot 10^7\ \frac{\text{Pa}}{\text{m}^6}.$$

Ábrázoljuk a folyamatot $p-V$ diagramon!



A gáz által végzett munka:

$$W^* = \frac{1}{2}(aV_0 + 3aV_0)(3V_0 - V_0),$$

$$\boxed{W^* = 4aV_0^2 = 4\cdot 5\cdot 10^7\ \frac{\text{Pa}}{\text{m}^3}\cdot 4\cdot 10^{-6}\text{m}^6 = 800\ \text{J}}.$$ **2 pont**

b) A belső energia változása:

$$E_2 - E_1 = \frac{5}{2}(9aV_0^2 - aV_0^2) = 20aV_0^2.$$

Az első főtétel alapján:

$$Q_{12} = E_2 - E_1 + W^* = 24aV_0^2. \qquad \textbf{1 pont}$$

A keresett arány:

$$\boxed{\frac{Q_{12}}{W^*} = 6}. \qquad \textbf{1 pont}$$

c) Határozzuk meg a hőmérsékleteket! A $T = bV^2$ összefüggés alapján:

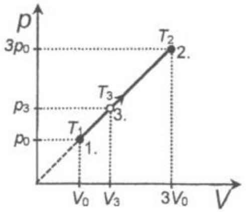
$$T_1 = bV_0^2 = 200 \text{ K},$$

$$T_2 = 9bV_0^2 = 1800 \text{ K}.$$

A kérdéses állapotban a hőmérséklet:

$$T_3 = \sqrt{T_1 T_2} = 3bV_0^2 = 600 \text{ K}.$$

1 pont



Legyen a gáz térfogata a keresett állapotban $V_3 = xV_0$, a nyomása xp_0! Az egyesített gáztörvényből:

$$\frac{p_0 V_0}{T_1} = \frac{xp_0 \cdot xV_0}{T_3},$$

$$x^2 = \frac{T_3}{T_1} = 3. \qquad \textbf{1 pont}$$

A végzett munka:

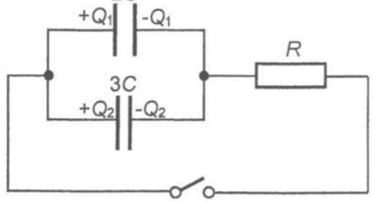
$$W_{13}^* = \frac{1}{2}(p_0 + xp_0)(xV_0 - V_0),$$

$$W_{13}^* = \frac{1}{2}(x^2 - 1)p_0V_0 = \frac{1}{2}(x^2 - 1)nRT_1,$$

$$\boxed{W_{13}^* = nRT_1 \approx 200 \text{ J}} \qquad \textbf{2 pont}$$

Összesen: 10 pont

3. feladat:



a) A párhuzamosan kapcsolt kondenzátorok feszültsége azonos. Legyen a kondenzátorok töltése Q_1 és Q_2! Ekkor:

$$\frac{Q_1}{2C} = \frac{Q_2}{3C},$$

$$Q_2 = \frac{3}{2}Q_1. \qquad \textbf{1 pont}$$

$$F_1 = \frac{1}{2}\frac{1}{\varepsilon_0}\frac{Q_1^2}{A}, \qquad \textbf{1 pont}$$

$$F_2 = \frac{1}{2}\frac{1}{\varepsilon_0}\frac{\left(\frac{3}{2}Q_1\right)^2}{A} = \frac{9}{8}\frac{1}{\varepsilon_0}\frac{Q_1^2}{A}. \qquad \textbf{1 pont}$$

A $3C$ kapacitású kondenzátor lemezei között fellépő vonzóerő nagysága:

$$\boxed{F_2 = \frac{9}{4}F_1 = 2{,}25F_1 = 4{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ N}.} \qquad \textbf{2 pont}$$

b) A kapcsoló zárása után a kondenzátorok kisülnek, elvesztik töltésüket és így az energiáikat is. Annyi hő fejlődik, mint amennyi energiát tároltak a kondenzátorok. Határozzuk meg először a kondenzátorok energiáinak arányát! Legyen a kezdeti közös feszültség U! Ekkor:

$$W_1 = \frac{1}{2} \cdot 2CU^2,$$

$$W_2 = \frac{1}{2} \cdot 3CU^2.$$

Ezekből:

$$W_2 = \frac{3}{2}W_1.$$

A kondenzátorokban tárolt energiák összege:

$$W_{összes} = W_1 + W_2 = \frac{5}{2}W_1. \qquad \textbf{2 pont}$$

A $2C$ kapacitású kondenzátor W_1 kezdeti energiáját a töltés és kapacitás felhasználásával kifejezve:

$$W_1 = \frac{1}{2}\frac{Q_1^2}{2C} = \frac{1}{2}\frac{Q_1^2}{\varepsilon_0 \frac{A}{d_1}} = \frac{1}{2}\frac{1}{\varepsilon_0}\frac{Q_1^2}{A} \cdot d_1 = F_1 \cdot d_1. \qquad \textbf{2 pont}$$

$$W_{\text{összes}} = \frac{5}{2} W_1 = \frac{5}{2} F_1 \cdot d_1.$$

A fejlődött hő:

$$Q_{\text{hő}} = \frac{5}{2} F_1 \cdot d_1,$$

$$\boxed{Q_{\text{hő}} = \frac{5}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-3}\ \text{N} \cdot 3 \cdot 10^{-2}\ \text{m} = 1{,}5 \cdot 10^{-4}\ \text{J}.}$$ **1 pont**

Összesen: 10 pont

4. feladat:

Lásd 11. osztály!

Dr. Kotek László PTE TTK Fizikai Intézet