Tolna megyei Szilárd Leó Verseny feladatsorának megoldása
2012. 11 évf.

1. feladat megoldása

Alkalmazzuk a munkatételt:

a) $mg\sin\alpha L - \frac{1}{2}\mu mg\cos\alpha L = 0 \rightarrow tg\alpha = \frac{1}{2}\mu = 0{,}4 \rightarrow \alpha = 21{,}8^{\circ}$ **α = 21,8°**

(4 pont)

b) A lejtő közepén lesz a hasábra ható erők eredője zérus (egyensúlyi helyzet) eddig gyorsult a test, ezután lassulni fog. Tehát itt legnagyobb a sebessége, melynek értékét szintén munkatétellel kaphatjuk meg:

$$mg\sin\alpha\frac{L}{2} - \frac{1}{4}\mu mg\cos\alpha\frac{L}{2} = \frac{1}{2}mv_0^2 \rightarrow v_0 = \sqrt{L\cdot g\left(\sin\alpha - \frac{\mu}{4}\cos\alpha\right)}$$

Alkalmazzuk a $\sin\alpha = \frac{tg\alpha}{\sqrt{1+tg^2\alpha}}$, $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{1+tg^2\alpha}}}$

trigonometrikus összefüggéseket, ahol tg$\alpha = \mu/2$.

A legnagyobb sebességre kapjuk:

$$\boxed{v_0 = \sqrt{\frac{Lg}{2}\frac{\mu}{\sqrt{4+\mu^2}}} =} = \mathbf{1{,}36\ m/s}$$

(3pont)

c) A mozgást harmonikus rezgőmozgásnak vehetjük, mivel a súrlódási erő arányos a lejtő mentén lefelé megtett x távolsággal: $F_s = -\frac{\mu}{L}mg\cos\alpha\cdot x$, vagyis $F = -Dx$, ahol $D = \mu mg\cos\alpha/L$.

A harmonikus rezgőmozgás egyensúlyi helyzete:

$$\frac{\mu}{L}x_0 mg\cos\alpha = mg\sin\alpha \rightarrow x_0 = \frac{L}{\mu}tg\alpha = 0{,}5m$$

Ezért a lecsúszás megfelel egy fél rezgésnek, ahol a rezgésidő:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\mu mg\cos\alpha}L} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{\mu g\cos\alpha}} = 2\pi\sqrt{\frac{L\sqrt{4+\mu^2}}{2\mu g}} = 2{,}3s$$

Vagyis

t = T/2 = 1,15 s

(3 pont)

Közelítő megoldás esetén : *(1 pont)*

pl. egyenletesen gyorsuló mozgának véve:

$$t_1 \approx \frac{s}{v/2} = \frac{0{,}5m}{0{,}68m/s} = 0{,}735s \rightarrow 2t_1 = 1{,}47s$$

Összesen 10 pont

2. feladat megoldása:

Lásd a 12. évf. feladatsorának megoldásánál

3.feladat megoldása

a)

$$m\frac{v_k^2}{r} = k\frac{e^2}{r^2} \rightarrow v_k = \sqrt{\frac{ke^2}{mr}} = e\sqrt{\frac{k}{mr}} = 1{,}6\cdot10^{-19}C\sqrt{\frac{9.10^9\frac{Nm^2}{C^2}}{9{,}1.10^{-31}kg\cdot5{,}3\cdot10^{-11}m}} = 2{,}19\cdot10^6\frac{m}{s} =$$

2,19.10⁶ m/s

(3 pont)

b) $I = \frac{n\cdot e}{T} = \frac{v\cdot e}{2\pi r} = \frac{2{,}19\cdot10^6\frac{m}{s}\cdot1{,}6\cdot10^{-19}C}{2\pi\cdot5{,}3\cdot10^{-11}m} = 1.05\cdot10^{-3}A$ = **1,05 mA**

(4 pont)

c) $B = \mu_0\frac{I}{2R} = 4\pi\cdot10^{-7}\frac{Vs}{Am}\frac{1{,}05\cdot10^{-3}A}{2\cdot5{,}3\cdot10^{-11}} = 12{,}44\frac{Vs}{m^2} = 12{,}44T$ = **12,44 tesla**

(3 pont)

Összesen: 10 pont

4. feladat megoldása

a)

$$Q_{gáz} = 7\cdot10^7m^3\cdot3{,}4\cdot10^7\frac{J}{m^3} = 23{,}8\cdot10^{14}\frac{J}{m^3}$$

$$W_{el} = P\cdot t = 2\cdot10^9W\cdot8{,}64\cdot10^4s = 17{,}28\cdot10^{13}W$$

$$\frac{W_e}{Q_{gáz}} = \frac{17{,}28}{23{,}8}10^{-1} = 0{,}073 = 7{,}3\%$$

= 7,3 %

(3pont)

b) $Q_{hő} = \frac{W_e}{\eta} = \frac{1{,}728\cdot10^{14}J}{0{,}34} = 5{,}082\cdot10^{14}J$

Az elhasadt uránatommagok száma:

$$N = \frac{Q_{hő}}{E_H} = \frac{5{,}082\cdot10^{14}J}{3{,}2\cdot10^{-11}J} = 1{,}588\cdot10^{25}.$$

Az elhasadt urán tömege:

$$m_U = \frac{N_U}{N_A}M_U = \frac{1{,}588\cdot10^{25}}{6\cdot10^{23}1/mol}0{,}235\frac{kg}{mol} = 6{,}219kg$$

= 6,219 kg.

(4 pont)

c) A gázturbinák mint hőerőgépek hatásfoka, annál nagyobb, minél alacsonyabb a kondenzált gőz hőmérséklete (L. $\eta = \frac{T_2 - T_1}{T_1}$. Carnot-féle körfolyamat hatásfokát!) Ezért a fáradt gőzt a Duna vizével hűtik, **Így végső soron a maghasadással felszabadult Q hőmennyiség és a gőzturbinák által meghajtott villamos generátorok által termelt W elektromos energia különbségének nagy része a Duna vizét melegíti.** (ennek következtében a Duna kb. 0,5 Celsius fokkal felmelegszik Paksi Atomerőmű alatt.

(3 pont)

Összesen : 10 pont