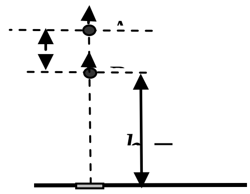
21. Tolna megyei Szilárd Leó fizikaverseny feladatsorának megoldása

2015. március 12.
11. évfolyam

1. *A padló szintjéről egy rugós szerkezettel két egyforma, kisméretű agyaggolyót lőttek ki függőlegesen azonos sebességgel, Δt = 0,2 s időközzel. A golyók pillanatnyi helyzetét mutatatja az ábra. Egyik (B) h = 0,8 m magasan, a másik (A) s = 0,4 m-rel feljebb van. g = 10 m/s^2.*



a) Mekkora a golyók sebessége ebben a helyzetben?

b) Mikor és mekkora v_0 kezdősebességgel lőtték ki a golyókat?

c) Ha a golyók további mozgásuk során rugalmatlanul ütköznek, akkor mekkora közös sebességgel érkeznek a padlóra, és hány százalékos lesz a kezdeti energiájukhoz viszonyított veszteségük?

1. <u>feladat megoldása</u>

a) Először határozzuk meg a két golyó sebessége közötti összefüggést:

$$v_A = v_B - g \cdot \Delta t = v_B - 2\frac{m}{s}.$$

Alkalmazzuk az energia megmaradást a két golyó pillanatnyi helyzetére:

$$\frac{1}{2}m\left(v_B - 2\frac{m}{s}\right)^2 + mgs = \frac{1}{2}mv_B^2$$

Négyzetre emelés és rendezés után v_B –re kapjuk:

$$\boxed{v_B = \frac{g \cdot s}{2\frac{m}{s}} + 1\frac{m}{s} = 3\frac{m}{s}} \quad \text{és} \quad \boxed{v_A = v_B - 2\frac{m}{s} = 1\frac{m}{s}}.$$

(3 pont)

b) Ismét alkalmazzuk valamelyik (B) golyóra az energia-megmaradás egyenletét:

$$\boxed{\frac{1}{2}mv_0^2 = mgh + \frac{1}{2}mv_B^2 \rightarrow v_0 = \sqrt{16+9}\ \frac{m}{s} = 5\ \frac{m}{s}}$$

A pillanatnyi sebességekre pedig felírhatjuk:

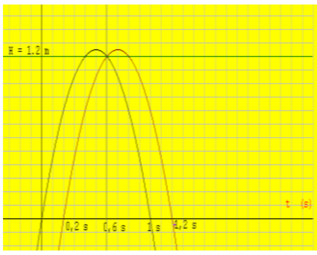
$$v_A = v_0 - g \cdot t_A \to t_A = \frac{v_0 - v_A}{g} = 0{,}4\,s,$$
$$v_B = v_0 - g \cdot t_B \to t_B = \frac{v_0 - v_B}{g} = 0{,}2\ s$$

Vagyis az A golyót a pillanatnyi helyzet előtt 0,4 s-mal, a B-t pedig 0,2 s-mal lőtték ki 5 m/s kezdősebességgel.

(3 pont)

c) A kérdés megválaszolásához meg kell határozni, hogy hol és mekkora sebességekkel történt a golyók rugalmatlan ütközése.

Írjuk fel a golyók padlóhoz viszonyított elmozdulásait:



$$y_A = v_0 \cdot t - \frac{g}{2} t^2,$$
$$y_B = v_0 (t - 0{,}2) - \frac{g}{2} (t - 0{,}2)^2$$

Mivel ütközéskor $y_A = y_B$ ezért a két kifejezést egyenlővé téve kapjuk a találkozás idejére **t = 0,6 s .**
Így a találkozás magasságára pedig *H* = 5 m/s.0,6s – 5 m/s. 0,36s = **1,2 m értéket** kapunk.
Ekkor a golyók sebessége:

$$v_A = 5\frac{m}{s} - 10\frac{m}{s^2} \cdot 0{,}6\ s = -1\frac{m}{s},$$
$$v_B = 5\frac{m}{s} - 10\frac{m}{s^2} \cdot 0{,}4\,s = 1\frac{m}{s}$$

Vagyis a két golyó azonos, de ellentétes sebességgel ütközik frontálisan, így mindkét golyó sebessége **az ütközés után zérus lesz**. az impulzus-megmaradás értelmében: $\underline{m \cdot v + m \cdot (-v) = (m+m) \cdot 0}$

(2 pont)

Ezért a golyók szabadeséssel esnek vissza *H* =1,2 m magasságból a padlóra, ahova

$$v_k = \sqrt{2g \cdot H} = 2\sqrt{6}\,\frac{m}{s} \approx 4{,}9\frac{m}{s}$$

közös sebességgel érkeznek meg.
A veszteségi hányad:

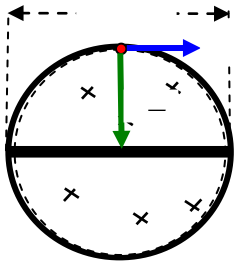
$$\boxed{q = 1 - \frac{1/2m \cdot v_k^2}{1/2m \cdot v_0^2} = 0{,}04}$$, **<u>azaz 4 % lesz.</u>**

(2 pont)

<u>Összesen: 3 +3 +2 + 2 = 10 pont</u>

2. <u>feladat megoldását lásd a 12. évf feladatsoránál!</u>

3. *Egy ciklotron részecskegyorsítóban protonokat gyorsítanak fel 10^5 eV energiára.*



a) Mekkora a protonok végsebessége?

b) Legalább mekkora B indukciójú homogén mágneses mezőt kell alkalmazni ahhoz, hogy a felgyorsított protonnyaláb pályája beleférjen egy D = 120 cm átmérőjű lapos dobozba (az ábrán ciklotron két fél hengere látható)?

c) Hány protont tartalmaz a részecskenyaláb, ha a keringő részecskék I_{ny} = 1 mikroamper erősségű köráramot képviselnek?

Felhasználható adatok: A proton töltése e = $1{,}6.10^{-19}$ C, tömege m_p = $1{,}67.10^{-27}$ kg

3. <u>feladat megoldása</u>

a) $$\boxed{v = \sqrt{\frac{2E}{m_p}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^5 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} J}{1{,}67 \cdot 10^{-27} kg}} = 4{,}38 \cdot 10^6 \frac{m}{s}} \approx \mathbf{4380\ km/s}$$

(3 pont)

A protonok keringéséhez szükséges centripetális erőt a Lorentz-erő szolgáltatja:

b) $$\boxed{\begin{gathered}\frac{m_p \cdot v^2}{r} = B \cdot e \cdot v \rightarrow \\ B = \frac{m_p \cdot v}{r \cdot e} = \frac{1{,}67.10^{-27} kg \cdot 4{,}38 \cdot 10^6 \frac{m}{s}}{0{,}6m \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} C} = 7{,}62 \cdot 10^{-2} \frac{Vs}{m^2}\end{gathered}} \approx \mathbf{0{,}076\ T}$$

(3 pont)

A pálya egy adott keresztmetszetén egy keringéssel *N* darab elektron halad át *T* idő alatt, így

c) $$\boxed{I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{N \cdot e}{T} \rightarrow N = \frac{I \cdot T}{e} = \frac{I \cdot 2\pi \cdot r}{e \cdot v} = \frac{10^{-6} A \cdot 2\pi \cdot 0{,}6m}{1{,}6 \cdot 10^{-19} C \cdot 4{,}38 \cdot 10^6 \frac{m}{s}} = 5{,}3767 \cdot 10^6} \approx \mathbf{5{,}4}$$ **millió**

(4 pont)

Összesen: 10 pont

4. *Becsüljük meg, hogyha a Paks II.-re tervezett 1000 MW villamos teljesítményű atomerőmű blokk helyett naperőmű-telepet építenének, akkor mekkora területet foglalna el a létesítmény:*

*a) ha, a naperőmű nyári csúcsteljesítménye érné el az tervezett atomerőmű blokk **1000 MW-os** elektromos teljesítményét?*

*b) ha naperőmű éves villamos energia termelésének kellene megegyeznie az **1000 MW-os** atomerőmű blokk éves villamos energia termelésével?*

*Becsléshez felhasználható adatok: Egy nyári napon, a Nap delelésekor Paks környékén a vízszintes felületre beérkező napsugarak teljesítménye 1000 W/m^2-nek vehető. A napelemek villamos hatásfokát **15% -** nak vehetjük. Az atomerőmű éves üzemideje közel 1000 MW átlagos teljesítménnyel **7800 óra (325 nap)** . A Paks környéki területre jutó napsugárzás éves átlagértéke **4680 MJ/m^2.év.***

4. feladat megoldása

a) A naperőmű napelemeit érő napsugárzás összteljesítménye**:**

$$\boxed{P_{naps} = \frac{P_{vill}}{\eta} = \frac{10^9\,W}{0{,}15} = 6{,}67 \cdot 10^9\,W}$$

A napelemekkel beépítendő területet megkapjuk, ha a szükséges napsugárzás teljesítményét elosztjuk a beérkező P fajlagos sugárzási teljesítménnyel**:**

$$\boxed{A = \frac{6{,}67 \cdot 10^9\,W}{10^3\,\frac{W}{m^2}} = 6{,}67 \cdot 10^6\,m^2} \approx \mathbf{6{,}67\ km^2}$$

(5 pont)

b) Először határozzuk meg az 1000 MW-os atomerőmű-blokk által évente termelt villamos energiát :

$$W_{vill.atom} = P_{vill} \cdot t = 10^9\,W \cdot 7{,}8 \cdot 10^3\,h = 7{,}8 \cdot 10^9\,kWh$$

Számítsuk ki, hogy ugyanekkora villamos energia előállításához a naperőműnek évente mennyi beérkező napenergiaára van szüksége:

$$\boxed{W_{naps} = \frac{W_{vill}}{0{,}15} = 52 \cdot 10^9\,kWh \rightarrow A = \frac{52 \cdot 10^9\,kWh}{4{,}68 \cdot 10^9\,\frac{J}{m^2}} = 11{,}11\frac{kWh}{J} \cdot m^2 = 40 \cdot 10^6\,m^2} =$$

Ebből a napelemekkel beépítendő terület meghatározható:

$$A = \frac{52 \cdot 10^9 \text{kWh}}{4{,}68 \cdot 10^9 \frac{\text{J}}{\text{m}^2}} = 11{,}11 \frac{\text{kWh}}{\text{J}} \cdot \text{m}^2 = 40 \cdot 10^6 \text{m}^2 = \mathbf{40\ km^2}$$

(5 pont)

<u>**Összesen: 10 pont**</u>