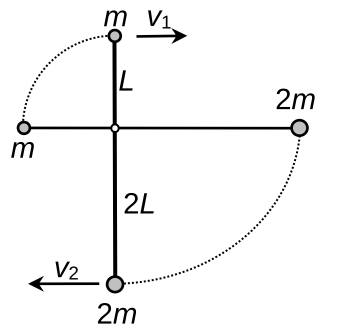
A 2016. évi Szilárd Leó fizikaverseny feladatainak megoldása
12. osztály

1. feladat:



a) Legyen az *m* tömegű test sebessége a kérdéses pillanatban υ_1, a $2m$ tömegűé pedig υ_2! Az energia-maradásból:

$$mg \cdot 2L + 2mg \cdot 2L = mg \cdot 3L + \frac{1}{2} m\upsilon_1^2 + \frac{1}{2} \cdot 2m\upsilon_2^2,$$

$$6mgL = m\upsilon_1^2 + 2m\upsilon_2^2.$$

Legyen a rúd függőleges helyzetében a rúd szögsebessége ω! Ezzel:

$$\upsilon_1 = L\omega, \qquad \upsilon_2 = 2L\omega.$$

Ezért: $$\upsilon_2 = 2\upsilon_1.$$

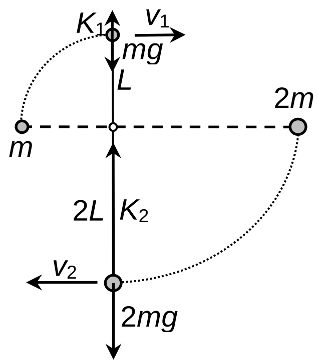
$$6mgL = m\upsilon_1^2 + 2(2\upsilon_1)^2,$$

$$6gL = 9\upsilon_1^2,$$

$$\boxed{\upsilon_1 = \sqrt{\frac{2}{3} gL} = 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.}$$

$$\boxed{\upsilon_2 = 2\upsilon_1 = \sqrt{\frac{8}{3} gL} = 4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.}$$

4 pont



b) Legyenek a rúd által a testekre kifejtett erők K_1 és K_2! A mozgásegyenleteket felírva:

$$m \cdot \frac{\upsilon_1^2}{L} = mg - K_1,$$

$$K_1 = mg - m \cdot \frac{2}{3} g,$$

$$K_1 = \frac{1}{3} mg.$$

$$2m \cdot \frac{\upsilon_2^2}{2L} = K_2 - 2mg,$$

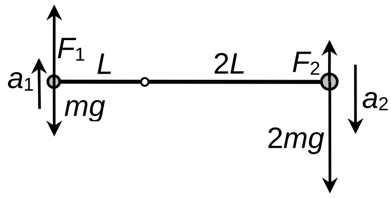
$$K_2 = 2mg + m \cdot \frac{8}{3} g,$$

$$K_2 = \frac{14}{3} mg.$$

A rúd által a tengelyre kifejtett erő:

$$\boxed{K_{\text{tengely}} = K_1 + K_2 = 5mg.}$$ **3 pont**

c) Az elengedés utáni pillanatban a rúd a testekre felfelé irányuló F_1 és F_2 erőket fejt ki. A testek ugyanekkora lefelé irányuló erőket fejtenek ki a rúdra. Mivel a rúdnak elhanyagolható a tömege, ezért a forgatónyomatékok eredője zérus.



$$F_2 \cdot 2L - F_1 \cdot L = 0,$$

(1) $$F_1 = 2F_2.$$

A mozgásegyenleteket és gyorsulások közti összefüggéseket felírva:

(2) $$ma_1 = F_1 - mg,$$

(3) $$2ma_2 = 2mg - F_2,$$

(4) $$a_2 = 2a_1.$$

(1), (2) és (3)-ból:

$$ma_1 = 2F_2 - mg,$$

$$4ma_2 = 4mg - 2F_2.$$

Ezeket összeadva és a_2 értékét beírva:

$$ma_1 + 8ma_1 = 3mg,$$

$$\boxed{a_1 = \frac{1}{3}g,}$$

$$\boxed{a_2 = \frac{2}{3}g.}$$ **3pont**

Összesen: 10 pont

2. feladat:

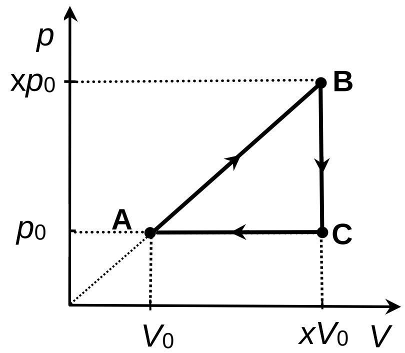
a) A **B**→**C** folyamat során a térfogat állandó, tehát

$$C_{m,V} = \frac{f}{2}R = \frac{5}{2}R,$$

$$\boxed{f = 5.}$$

2 pont

b) Legyen a gáz nyomása és térfogata az A állapotban p_0 és V_0, a C állapotban xp_0 és xV_0! Az egyesített gáztörvényből:



$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{xp_0 \cdot xV_0}{9T_0}$$

$$x = 3.$$

A hatásfok: $\eta = \dfrac{W_h^*}{Q_{fel}}.$

$$W_h^* = \frac{1}{2}(x-1)^2 p_0 V_0 = 2p_0 V_0.$$

$$Q_{fel} = E_B - E_A + W_{AB}^*,$$

$$Q_{fel} = \frac{5}{2}\left(x^2 p_0 V_0 - p_0 V_0\right) + \frac{xp_0 + p_0}{2}\left(xV_0 - V_0\right),$$

$$Q_{fel} = 3\left(x^2 - 1\right)p_0 V_0 = 24 p_0 V_0.$$

$$\boxed{\eta = \frac{2p_0 V_0}{24 p_0 V_0} = \frac{1}{12} \approx 8{,}33\%.}$$

5 pont

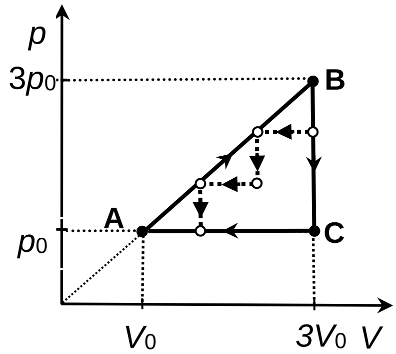
A hatásfok paraméteresen:

$$\eta = \frac{\frac{1}{2}(x-1)^2 p_0 V_0}{3\left(x^2-1\right)p_0 V_0} = \frac{1}{6}\frac{x-1}{x+1},$$

$$\boxed{\eta_{max} = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{6} \cdot \frac{1-\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}} = \frac{1}{6}.}$$

c) A felvett hő azonos az eredeti körfolyamatban számolt értékkel:

$$Q_{\text{fel}}^{*} = 24 p_0 V_0.$$



Könnyű látni, hogy a kis derékszögű háromszögek területe 9-ed része a nagy háromszög területének. Így a hasznos munka:

$$W_{\text{h}}^{**} = 3 \cdot \frac{2p_0V_0}{9} = \frac{2}{3} p_0 V_0.$$

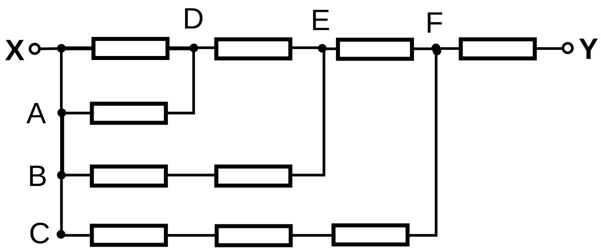
A keresett hatásfok:

$$\boxed{\eta^{*} = \frac{\frac{2}{3}p_0V_0}{24p_0V_0} = \frac{1}{36}.}$$

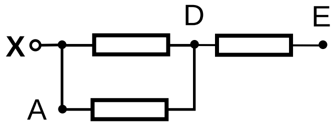
3 pont

3. feladat:

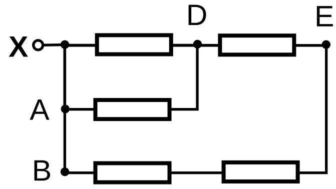
a) Legyen egyetlen fogyasztó ellenállása *R*! Határozzuk meg lépésről-lépre az eredő ellenállást!



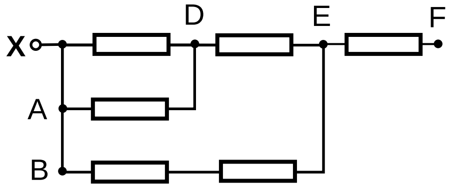
$$R_{\text{XAE}} = \frac{R}{2} + R = \frac{3}{2}R.$$



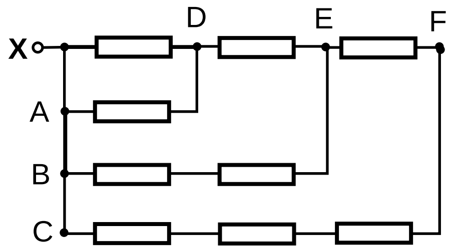
$$R_{\text{XBE}} = \frac{\frac{3}{2}R \cdot 2R}{\frac{3}{2}R + 2R} = \frac{6}{7}R.$$



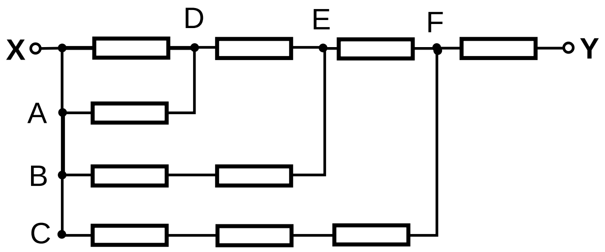
$$R_{\text{XBF}} = \frac{6}{7}R + R = \frac{13}{7}R$$



$$R_{\mathrm{XCF}} = \frac{\frac{13}{7}R \cdot 3R}{\frac{13}{7}R + 3R} = \frac{39}{34}R$$



$$R_{\mathrm{XY}} = \frac{39}{34}R + R = \frac{73}{34}R$$



Ebből a keresett ellenállás:

$$\boxed{R = \frac{34}{73}R_{\mathrm{XY}} = 510\ \Omega.}$$

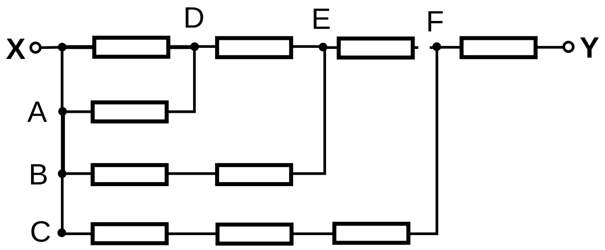
5 pont

b) Határozzuk meg, hogy a huzal átvágása után mért érték hányszorosa *R*-nek!

$$x = \frac{R^{*}_{\mathrm{XY}}}{R} = 4,$$

$$R^{*}_{XY} = 4R.$$

A vezeték átvágása után négy fogyasztó működik. Ez azt jelenti, hogy az **F** pont előtt kell elvágni a huzalt.

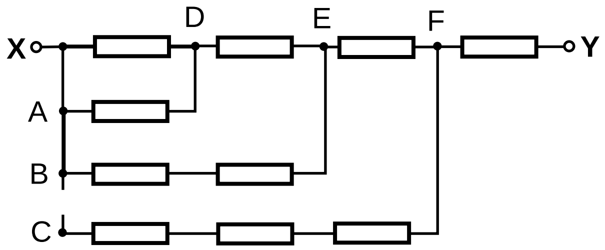


2 pont

c) Határozzuk meg ebben az esetben is, hogy a huzal átvágása után mért érték hányszorosa *R*-nek!

$$x = \frac{R^{**}_{\mathrm{XY}}}{R} = \frac{10}{3},$$

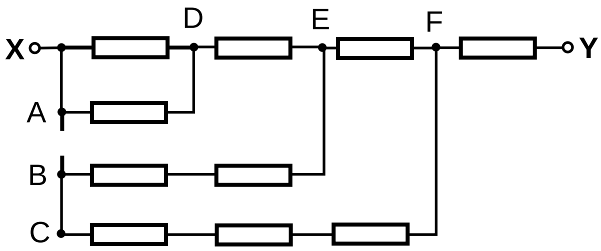
$$R^{**}_{\mathrm{XY}} = \frac{10}{3}R.$$



A B és C pontok között elvágva a huzalt az eredő ellenállás:

$$R_{\mathrm{XY}} = R_{\mathrm{XBF}} + R = \frac{13}{7}R + R = \frac{20}{7}R.$$

Tehát az **A** és a **B** pontok között kell elvágni a huzalt. Ekkor az eredő ellenállás:



$$R_{\mathrm{XY}}^{**} = \frac{R}{2} + R + \frac{R \cdot 5R}{R + 5R} + R = \frac{10}{3} R.$$ **3 pont**

Összesen: 10 pont

4. feladat:

Lásd 11. osztály!

Dr. Kotek László *PTE TTK Fizikai Intézet*